Formeln

1 Einführung

Faltungssumme

$$y_{0Z}^T(k) = \sum_{k'=0}^{k-1} g^T(k-k')u^T(k') \tag{10}$$

$$y_{0Z}^T(k) = \sum_{k'=1}^{k} g^T(k')u^T(k-k') \tag{10}$$

$$y_{0Z}^T(k) = g^T(k)u^T(0) + g^T(k-1)u^T(1) + g^T(k-2)u^T(2) + \ldots + g^T(1)u^T(k-1)$$

Vollständige Antwort linearer Systeme:

$$y(\tau) = y_{0E}(\tau) + y_{0Z}(\tau) \tag{3}$$

Diskrete vollständige Antwort linearer Systeme:

$$y^T(k) = y_{0E}^T(k) + y_{0Z}^T(k) \tag{11}$$

Diskrete Nulleingangsantwort:

$$y_{0E}^T(k) = \sum_{k'=-\infty}^{-1} g^T(k-k')u^T(k') \tag{13}$$

Faltungsintegral

Abtasteigenschaft eines Deltaimpulses:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(\tau-\tau')\mathrm{d}\tau = f(\tau') \tag{15}$$

Faltungsintegral

$$y(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} g(\tau-\tau')u(\tau')\mathrm{d}\tau' = \int_{0}^{\infty} g(\tau')u(\tau-\tau')\mathrm{d}\tau' \tag{16}$$

$$y(\tau) = \underbrace{\int_{-\infty}^{0-} g(\tau-\tau')u(\tau')\mathrm{d}\tau'}_{y_{0E}(\tau)} + \underbrace{\int_{0-}^{\infty} g(\tau-\tau')u(\tau')\mathrm{d}\tau'}_{y_{0Z}(\tau)}$$

Beziehung zw. diskreter und kontinuierlicher Impulsantwort (Stoßantwort)

$$g^T(k) = \int_0^{\frac{T}{T_B}} g(k\frac{T}{T_B}-\tau')\mathrm{d}\tau' \tag{19}$$

$$g^T(k) = \int_{(k-1)\frac{T}{T_B}}^{k\frac{T}{T_B}} g(\tau')\mathrm{d}\tau'$$

Die Sprungantwort oder Übergangsfunktion

$$h(\tau) = \int_0^\tau g(\tau - \tau')\mathrm{d}\tau' = \int_0^\tau g(\tau')\mathrm{d}\tau' \tag{24}$$

Unter der Voraussetzung: $h(0^-) = h(0^+)$ gilt:

$$g(\tau) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}h(\tau) \tag{29}$$

Gilt die obige Voraussetzung nicht, so muß man die verallgemeinerte Ableitung verwenden.

Abgetastete Sprungantwort:

$$h^T(k) = \sum_{k'=1}^{k} g^T(k') \tag{26}$$

Zusammenhang zwischen diskreter Impulsantowrt und abgetasteter Sprungantwort:

$$g^T(k) = h^T(k) - h^T(k-1), \qquad k = 2, 3, \ldots \qquad g^T(1) = h^T(1) \tag{27}$$

2 Gewöhnliche Differentialgleichungsmodelle

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m u^{(m)} + \ldots + b_0 u \tag{1}$$

bezogene Variablen:

$$u_A = U_{AB}y, \qquad u_E = U_{EB}u, \qquad t = T_B\tau, \quad \mathrm{d}t = T_B\mathrm{d}\tau \tag{4}$$

Nullstellenpolynom

$$Q(s) = b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0 = b_m(s - q_1)(s - q_2)\ldots(s - q_m) \tag{10}$$

charakteristisches Polynom

$$P(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1+} + \ldots + a_1 s + a_0 = (s - p_1)(s - p_2)\ldots(s - p_n) \tag{9}$$

Übertragungsfunktion des Systems

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = b_m \frac{(s - q_1)(s - q_2)\ldots(s - q_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\ldots(s - p_n)} \tag{11}$$

Die homogene Lösung

Der homogene Teil $y_h(\tau)$ der Lösung muß die der ursprünglichen DGL zugeordnete homogene DGL erfüllen:

$$y_h^{(n)} + a_{n-1}y_h^{(n-1)} + \ldots + a_1 y_h^{(1)} + a_0 y_h = 0 \tag{16}$$

homogene Lösung

$$y_h(\tau) = c_1 e^{p_1 \tau} + c_2 e^{p_2 \tau} + \ldots + c_n e^{p_n \tau} \tag{17}$$

Die partikuläre Lösung für spezielle Eingänge

Der partikuläre Teil $y_p(\tau)$ der Lösung muß die ursprünglichen DGL erfüllen.

$$y_p^{(n)} + a_{n-1} y_p^{(n-1)} + \ldots + a_1 y_p^{(1)} + a_0 y_p = b_m u^{(m)} + \ldots + b_0 u \tag{21}$$

Finden einer partikulären Lösung für Eingänge des Exponentialtyps:

$$L(.) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}(.)_{s=0} \tag{22}$$

$u(\tau)$	$=$	$L(e^{s\tau})$
k	$=$	$(ke^{s\tau})_{s=0}$
$ke^{a\tau}$	$=$	$(ke^{s\tau})_{s=a}$
$k\tau$	$=$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}(ke^{s\tau})_{s=0}$
$k\tau e^{a\tau}$	$=$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}(ke^{s\tau})_{s=a}$
$k\cos(\nu\tau + \varphi_u)$	$=$	$\mathrm{Re}(ke^{j\varphi_u} e^{s\tau})_{s=j\nu}$

Allgemeiner Fall

An einem LTI-System mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ liegt die Funktion $u(\tau)$ am Eingang an. Die zur Eingangsfunktion

$$u(\tau) = L[e^{s\tau}] \tag{26}$$

zugehörige partikuläre Lösung lautet:

$$y_p(\tau) = L[G(s)e^{s\tau}] \tag{27}$$

Besitzt die Eingangangsgröße den Zeitverlauf:

$$u(\tau) = \sum_{i=1}^{N} k_i e^{a_i \tau}, \tag{24}$$

wobei keines der a_i mit einem Pol von $G(s)$ zusammenfällt, dann lautet der partikuläre Teil der Systemantwort:

$$y_p(\tau) = \sum_{i=1}^{N} G(a_i) k_i e^{a_i \tau} \tag{25}$$

Sonderfall

Zusammenfallen der Konstante a der Eingangsfunktion des Typs $u(\tau) = ke^{a\tau}$ mit einem Pol p_i der Übertragungsfunktion

p_i ist ein einfacher Pol

$$u(\tau) = ke^{p_i\tau} = k\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[(s-p_i)e^{s\tau}]_{s=p_i} \tag{28}$$

Der die Probleme verursachende Faktor $s - p_i$ im Nenner von $G(s)$ kürzt sich heraus und die Auswertung für $s = p_i$ ist möglich.

$$y_p(\tau) = k\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[(s-p_i)G(s)e^{s\tau}]_{s=p_i} \tag{29}$$

p_i ist ein r -facher Pol

$$y_p(\tau) = k\frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}s^r}\left[\frac{(s-p_i)^r}{r!}G(s)e^{s\tau}\right]_{s=p_i}$$

Verallgemeinerte Ableitung

Die Funktion $x(\tau)$ ist außer an der Sprungstelle τ_0 stetig. Für den Sprung gilt:

$$[\![x]\!] = x(\tau_0^+) - x(\tau_0^-) = \lim_{\eta\to 0}[x(\tau_0+\eta) - x(\tau_0-\eta)], \qquad \eta > 0 \tag{41}$$

$$x^{(k)} = \{x^{(k)}\} + [\![x]\!]\varepsilon^{(k)} + [\![x^{(1)}]\!]\varepsilon^{(k-1)} + \ldots + [\![x^{(k-1)}]\!]\varepsilon^{(1)} \tag{43}$$

$\{x^{(k)}\}$ ist die k-te Ableitung des stetigen Teils von $x(\tau)$, also für $\tau \neq \tau_0$.

$$x^{(1)} = \{x^{(1)}\} + [\![x]\!]\varepsilon^{(1)}$$

$$x^{(2)} = \{x^{(2)}\} + [\![x]\!]\varepsilon^{(2)} + [\![x^{(1)}]\!]\varepsilon^{(1)}$$

Systeme zweiter Ordnung

$$y^{(2)} + a_1y^{(1)} + a_0y = a_0u, \qquad G(s) = \frac{a_0}{s^2 + a_1s + a_0} \tag{55}$$

mit $a_0 = \nu_0^2$ und $a_1 = 2\theta\nu_0$ folgt

$$y^{(2)} + 2\theta\nu_0y^{(1)} + \nu_0^2y = \nu_0^2u, \qquad G(s) = \frac{\nu_0^2}{s^2 + 2\theta\nu_0s + \nu_0^2}$$

θ Dämpfungsgrad

$d = 2\theta$ Verlustfaktor

$Q = \frac{1}{d}$ Gütefaktor

3 Lineare Systeme und Signale im Frequenzbereich

Die Systemantwort bei Sinuseingängen

$$u(\tau) = \cos(\nu\tau) \qquad \omega_B T_B = 1 \qquad \omega = \nu\tau \tag{1}$$
$$u(\tau) = \cos(2\pi\nu\tau) \qquad f_B T_B = 1$$

$$y_{st}(\tau) = y_p(\tau) = \mathrm{Re}[G(j\nu)e^{j\nu\tau}] = |G(j\nu)|\cos[\nu\tau + \varphi_G(\nu)] \tag{2}$$

Mit $G(j\nu) = |G(j\nu)|e^{j\varphi_G(\nu)}$, wobei $|G(j\nu)|$ der Betrag und $\varphi_G(\nu) = \mathrm{arc}[G(j\nu)]$ der Winkel für $s = j\nu$ der i.a. komplexwertigen Übertragungsfunktion sind.

Bodediagramm

Der Betragsfrequenzgang als Bodediagramm

$$\ln|G| = 20\lg|G|\mathrm{dB}, \qquad \lg = \log_{10} \text{Zehnerlogarithmus} \tag{8}$$

Der Winkelfrequenzgang als Bodediagramm

Minimalwinkelsystem (Minimalphasensystem, Phasenminimumsystem) ist ein System bei dem sowohl die Pole wie auch die Nullstellen der Übertragungsfunktion in der abgeschlossenen linken Halbebene liegen. Unter allen stabilen Systemen mit gleichem Betragsfrequenzgang weist das Minimalwinkelsystem in jedem beliebigen Frequenzintervall die kleinstmögliche Winkeländerung auf.

Fouriertransformation

Erweiterte bezogene Eingangsgröße für das LTI-System:

$$u(\tau) = e^{j\nu\tau} = \cos(\nu\tau) + j\sin(\nu\tau) \tag{16}$$

$$y_{st}(\tau) = y_p(\tau) = G(j\nu)e^{j\nu\tau} \tag{17}$$

es gilt aber auch

$$y_{st} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau - \tau')e^{j\nu\tau'}\,\mathrm{d}\tau' = \ldots = \left(\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau')e^{-j\nu\tau'}\,\mathrm{d}\tau'\right)e^{j\nu\tau} \tag{18}$$

daraus folgt die

Fourier-Trafo

$$G(j\nu) = \mathcal{F}[g(\tau)] := \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)e^{-j\nu\tau}\,\mathrm{d}\tau \tag{19}$$

Inverse Fourier-Trafo

$$g(\tau) = \mathcal{F}^{-1}[G(j\nu)] := \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(j\nu)e^{j\nu\tau}\mathrm{d}\nu \qquad (20)$$

bei Unstetigkeiten von $g(\tau)$ liefert $\mathcal{F}^{-1}[G(j\nu)]$ den arithmetischen Mittelwert von $g(\tau)$ an der Sprungstelle τ.

$x(\tau) = \mathcal{F}^{-1}[X(j\nu)]$	$\circ\!-\!\bullet$	$X(j\nu) = \mathcal{F}[x(\tau)]$
$\delta(\tau))$	$\circ\!-\!\bullet$	1
1	$\circ\!-\!\bullet$	$2\pi\delta(\nu)$
$\varepsilon(\tau)$	$\circ\!-\!\bullet$	$\pi\delta(\nu) + \frac{1}{j\nu}$
$\mathrm{rect}(\tau) := \begin{cases} 1, & \lvert\tau\rvert < 1/2 \\ 0, & \lvert\tau\rvert > 1/2 \end{cases}$	$\circ\!-\!\bullet$	$\mathrm{si}(\nu/2) := \frac{\sin(\nu/2)}{\nu/2}$
$\gamma(\tau) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - k)$	$\circ\!-\!\bullet$	$\Gamma(j\nu) := 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - 2\pi k)$
$e^{-a\tau}\varepsilon(\tau), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{1}{j\nu + a}$
$\tau e^{-a\tau}\varepsilon(\tau), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{1}{(j\nu + a)^2}$
$\cos(\nu_1\tau)$	$\circ\!-\!\bullet$	$\pi[\delta(\nu - \nu_1) + \delta(\nu + \nu_1)]$
$\sin(\nu_1\tau)$	$\circ\!-\!\bullet$	$-j\pi[\delta(\nu - \nu_1) - \delta(\nu + \nu_1)]$
$\cos(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{\pi}{2}[\delta(\nu - \nu_1) + \delta(\nu + \nu_1)] + \frac{j\nu}{\nu_1^2 - \nu^2}$
$\sin(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{\pi}{j2}[\delta(\nu - \nu_1) - \delta(\nu + \nu_1)] + \frac{\nu_1}{\nu_1^2 - \nu^2}$
$e^{-a\tau}\cos(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{j\nu + a}{(j\nu + a)^2 + \nu_1^2}$
$e^{-a\tau}\sin(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau), \quad \mathrm{Re}(a) > 0$	$\circ\!-\!\bullet$	$\frac{\nu_1}{(j\nu + a)^2 + \nu_1^2}$

Die Funktion $\mathrm{rect}(\tau)$ heißt Rechteckfunktion oder Fensterfunktion. Sie wird auch manchmal als $\varepsilon(\tau + 1) - \varepsilon(\tau - 1)$ erklärt.

Paar der Fourier-Transformationen

$$\mathcal{F}[x(\tau)] = X(j\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)e^{-j\nu\tau}\mathrm{d}\tau \qquad (22)$$

$$\mathcal{F}^{-1}[X(j\nu)] = x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\nu)e^{j\nu\tau}\mathrm{d}\nu$$

$X(j\nu)$ Spektralfunktion, die zu $x(\tau)$ gehört.

$X(j\nu)/(2\pi)$ Spektraldichte, i.a. komplexwertig

Nichtbezogene Form

$$\mathcal{F}[u(\tau)] = U(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t \tag{23}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[U(j\omega)] = u(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U(j\omega)e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega$$

Grundlegende Eigenschaften der Fourier-Transformation

Konjugiert komplexe Zeitfunktion

$$x^*(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad X^*(-j\nu) \tag{41}$$

Reelle Zeitfunktion

$$x^*(\tau) = x(\tau) \Leftrightarrow X(-j\nu) = X^*(j\nu) \tag{42}$$

Imaginäre Zeitfunktion

$$x^*(\tau) = -x(\tau) \Leftrightarrow X(-j\nu) = -X^*(j\nu) \tag{47}$$

Konjugiert komplexe Spektralfunktion

$$x^*(-\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad X^*(j\nu) \tag{48}$$

Spiegelung

$$x(-\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad X(-j\nu) \tag{49}$$

Gerade Zeit- und gerade Spektralfunktion

$$x(-\tau) = x(\tau) \Leftrightarrow X(-j\nu) = X(j\nu) \tag{50}$$

Ungerade Zeit- und ungerade Spektralfunktion

$$x(-\tau) = -x(\tau) \Leftrightarrow X(-j\nu) = -X(j\nu) \tag{52}$$

Zeitverschiebung

$$x(\tau - \tau_0) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad e^{-j\nu\tau_0}X(j\nu) \tag{63}$$

Frequenzverschiebung

$$X(j\nu - j\nu_0) \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad e^{j\nu_0\tau}x(\tau) \tag{64}$$

Zeitdehnung

$$x(a\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{|a|}X(j\frac{\nu}{a}) \tag{65}$$

Zeitdifferentiation

$$x^{(n)}(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad (j\nu)^n = X(j\nu) \tag{66}$$

Übertragungsfunktion

$$Y(j\nu) = G(j\nu)U(j\nu) \tag{67}$$

Zeitintegration

$$\int_{-\infty}^{\tau} x(\tau')\mathrm{d}\tau' \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{j\nu}X(j\nu) + \pi X(0)\delta(\nu) \tag{68}$$

Faltung im Zeitbereich

$$x_1(\tau) * x_2(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad X_1(j\nu)X_2(j\nu) \tag{78}$$

Faltung im Frequenzbereich

$$x_1(\tau)x_2(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{2\pi}X_1(j\nu) * X_2(j\nu) \tag{83}$$

Parsevalgleichung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(\tau)|^2\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\nu)|^2\mathrm{d}\nu \tag{85}$$

Fourier-Reihen

$$\begin{array}{ll} \text{Synthesegleichung:} & \text{Analysegleichung:} \\ u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j2\pi k f_1 t} & C_k = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} u(t)e^{-j2\pi k f_1 t}\mathrm{d}t \end{array} \tag{122}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Synthesegleichung:} & \text{Analysegleichung:} \\ u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_1 t} & C_k = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} u(t)e^{-jk\omega_1 t}\mathrm{d}t \end{array} \tag{123}$$

Bezogene Formen der Fourier-Grundgleichungen

Fourier-Reihenentwicklung 1-periodischer Funktionen

$T_B = T_1 \rightarrow x(\tau)$ ist 1-periodisch. $\tau = \frac{t}{T_1} = f_1 t$, $x(\tau) = \frac{u(T_1\tau)}{U_B}$, $C_k = U_B c_k$

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k\tau} \qquad c_k = \int_0^1 x(\tau)e^{-j2\pi k\tau}\mathrm{d}\tau \tag{129}$$

Fourier-Reihenentwicklung 2π-periodischer Funktionen

$T_B = \frac{T_1}{2\pi} \rightarrow x(\tau)$ ist 2π-periodisch. $\tau = \frac{2\pi t}{T_1} = \omega_1 t$, $x(\tau) = \frac{u[T_1\tau/(2\pi)]}{U_B}$

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\tau} \qquad c_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x(\tau)e^{-jk\tau}\,\mathrm{d}\tau \tag{131}$$

4 Laplace–Transformation

Herleitung der Laplace-Transformation ausgehend von der Fourier-Transformation: Die imaginäre, bezogene Frequenzvariable $j\nu$ wird durch die komplexe Frequenzvariable $s = \sigma + j\nu$, mit reellem, konstanten $\sigma \geq 0$ ersetzt.

Einseitige Laplace-Transformation

Transformation rechtsseitiger Funktionen $x(\tau) = 0$ für $\tau < 0$

$$\mathcal{L}[x(\tau)] = X(s) = \int_{0^-}^{\infty} x(\tau)e^{-s\tau}\,\mathrm{d}\tau,$$

$$\mathcal{L}^{-1}[X(s)] = x(\tau) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s)e^{s\tau}\mathrm{d}s \tag{1}$$

s **Laplace-Variable** oder (bezogene) komplexe Frequenzvariable.

$x(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad X(s)$ $X(s)$ ist die Laplace-Transformierte von $x(\tau)$. Oder: Der Funktion $x(\tau)$ im Zeitbereich (Originalbereich, Oberbereich) entspricht die Funktion $X(s)$ in der komplexen Frequenzebene (Bildbereich, Unterbereich).

Laplace-Transformierte häufiger Funktionen

$x(\tau) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)]$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$X(s) = \mathcal{L}[x(\tau)]$
$\delta(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	1
$\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{s}$
$\varepsilon(\tau - \tau_0), \quad \tau_0 \geq 0$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{e^{-\tau_0 s}}{s}$
$\tau\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{\tau^{n-1}}{(n-1)!}\varepsilon(\tau), \quad n \in \mathbb{N}$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{s^n}$
$e^{-a\tau}\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{s+a}$
$\tau e^{-a\tau}\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\frac{\tau^{n-1}}{(n-1)!}e^{-a\tau}\varepsilon(\tau), \quad n \in \mathbb{N}$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
$\cos(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{s}{s^2+\nu_1^2}$
$\sin(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{\nu_1}{s^2+\nu_1^2}$
$e^{-a\tau}\cos(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\nu_1^2}$
$e^{-a\tau}\sin(\nu_1\tau)\varepsilon(\tau)$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{\nu_1}{(s+a)^2+\nu_1^2}$
$e^{-\theta\nu_0\tau}\frac{\sin(\sqrt{1-\theta^2}\nu_0\tau)}{\sqrt{1-\theta^2}\nu_0}\varepsilon(\tau), \quad 0 \leq \theta < 1$	$\circ\!\!-\!\!\bullet$	$\frac{1}{s^2+2\theta\nu_0 s+\nu_0^2}$

Zeitdehnung

$$x(a\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{a}X(\frac{s}{a}), \qquad a > 0 \tag{15}$$

Zeitverschiebung

$$x(\tau-\tau_0)\varepsilon(\tau-\tau_0) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad e^{-s\tau_0}X(s) \tag{16}$$

Frequenzverschiebung

$$X(s-s_0) \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad e^{s_0\tau}x(\tau) \tag{18}$$

Zeitdifferentiation

$$x^{(1)}(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad sX(s) - x(\tau^-) \tag{21}$$

$$x^{(k)}(\tau) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad s^kX(s) - s^{k-1}x(0^-) - s^{k-2}x^{(1)}(0^-) - \ldots - x^{(k-1)}(0^-) \tag{22}$$

Endwertsatz

$$x(\infty) = \lim_{s \to 0+} [sX(s)] \tag{31}$$

Aus der Existenz des Grenzwertes folgt nicht, daß der Endwert existiert!

Anfangswertsatz

$$x(0^+) = \lim_{s \to \infty} [sX(s)] \tag{32}$$